

CHAPITRE 5 : Machines thermiques dithermes

Une machine thermique ditherme est un dispositif destiné à réaliser des transferts d'énergie. C'est un système fonctionnant grâce à un fluide auquel on fait subir des transformations cycliques au cours desquelles il y a échange d'énergie avec le milieu extérieur. Dans ce chapitre, on considère des machines dithermes pour lesquelles le fluide thermique constitue un système fermé. Les différents modes de fonctionnement sont le moteur thermique, le réfrigérateur et la pompe à chaleur.

1. Généralités sur les machines dithermes

1.1. Fonctionnement des machines thermiques dithermes

- Une machine thermique est un dispositif dans lequel un fluide décrit un cycle de transformation.
- une machine thermique ditherme échange de l'énergie par transfert thermique avec deux sources de chaleur.

Ces deux sources appelées **source froide** et **source chaude** sont aux températures T_f et T_C telles que $T_f < T_C$. Le fluide décrivant le cycle reçoit les transferts thermiques Q_f et Q_C de la part des sources et reçoit dans le même temps un travail W .

1.2. Inégalité de Clausius

Pour un cycle :

$$\begin{cases} \Delta U_{cycle} = W + Q_f + Q_C = 0 \\ \Delta S_{cycle} = 0 \end{cases}$$

Dans le cas où les sources de chaleur sont des thermostats de température constante T_f et T_C , l'entropie échangée lors du cycle s'écrit :

$$S_e = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f}$$
$$\Delta S_{cycle} = 0 \Rightarrow S_e + S_c = 0 \text{ avec } S_c > 0$$

On déduit :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

***Inégalité de Clausius**

Pour une machine thermique ditherme, les échanges d'énergie par transfert thermique sont tels que :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

Dans le cas où le nombre de sources est supérieur à deux, la relation de Clausius s'exprime sous la forme généralisée :

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

Cette relation s'applique à tous les systèmes dithermes réversibles.

Si le cycle est décrit de façon réversible on a :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$$

1.3. Classification des machines dithermes

Parmi les machines thermiques on distingue :

- les moteurs thermiques qui fournissent effectivement du travail, c'est à dire que le travail reçu est tel que $W < 0$.
- les réfrigérateurs et les pompes à chaleur qui reçoivent effectivement du travail, c'est à dire que le travail reçu est tel que $W > 0$.

Tous les cas sont examinés dans le tableau suivant :

W	Q_c	Q_f	Commentaires
Machine motrice ($W < 0$)	+	+	Interdit (Second principe)
	+	-	Moteur thermique
	-	+	Interdit (Second Principe)
	-	-	Interdit (Premier Principe)
Machine réceptrice ($W > 0$)	+	+	Interdit (Premier Principe)
	+	-	Sans intérêt
	-	+	Pompe à chaleur - Réfrigérateur
	-	-	Sans intérêt

Remarque : le moteur thermique est la seule machine ditherme à pouvoir produire du travail

L'efficacité (rendement) d'une machine thermique notée e est le rapport (en valeur absolue) du transfert d'énergie utile au transfert d'énergie dépensée pour le fonctionnement :

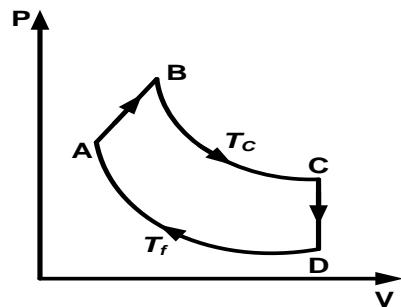
$$e = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie dépensée pour le fonctionnement}} \right| = \left| \frac{l' \text{ énergie que l' on veut}}{l' \text{ énergie que l' on paye}} \right|$$

L'efficacité est une grandeur positive qui dépend de la nature de la machine thermique.

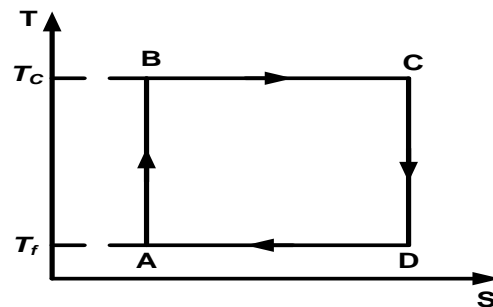
1.4. Le cycle de Carnot pour un gaz parfait

Le cycle de Carnot est un cycle réversible décrit par une machine diatherme en contact avec 2 thermostats. Il comporte :

- 2 évolutions isothermes aux températures T_f et T_c
- 2 évolutions adiabatiques (elles sont réversibles donc isentropiques)



Représentation d'un cycle de Carnot en Coordonnées de Clapeyron



Représentation d'un cycle de Carnot en diagrammes entropique

- Un cycle est moteur lorsque $W < 0$. Un cycle moteur est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre en coordonnées de Clapeyron et en diagramme entropique
- Un cycle est résistant lorsque $W > 0$. un cycle résistant est décrit dans le sens trigonométrique en coordonnées (P, V) et en coordonnées (T, S) .

Soit A l'état initial du système. On a les évolutions suivantes :

- de A à B : compression adiabatique $P = k_1/V^\gamma$
- de B à C : détente isotherme $P = k_2/V$
- de C à D : détente adiabatique $P = c_1/V^\gamma$
- de D à A : compression isotherme $P = k_1/V$

Pour ce cycle, les détentes isothermes fournissent Q_{BC} et Q_{DA}

$$Q_{BC} = RT_c \ln \frac{V_C}{V_B} \quad \text{et} \quad Q_{DA} = RT_f \ln \frac{V_A}{V_D}$$

Pour le cycle diatherme, le principe d'équivalence s'écrit $W + Q_{BC} + Q_{DA} = 0$

$$\Rightarrow W = -(Q_{BC} + Q_{DA}) = -RT_c \ln \frac{V_C}{V_B} - RT_f \ln \frac{V_A}{V_D}$$

Avec les transformations adiabatiques réversibles, les formules de Laplace donnent :

$$\left. \begin{array}{l} T_c V_C^{\gamma-1} = T_f V_D^{\gamma-1} \\ T_c V_B^{\gamma-1} = T_f V_A^{\gamma-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_D}{V_C} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow W = -RT_c \ln \frac{V_C}{V_B} - RT_f \ln \frac{V_B}{V_C}$$

$$\Rightarrow W = -RT_c \ln \frac{V_C}{V_B} + RT_f \ln \frac{V_C}{V_B} = -R(T_c - T_f) \ln \frac{V_C}{V_B} = -R(T_c - T_f) \ln \frac{V_D}{V_A}$$

Le rendement thermique est donc :

$$e = -\frac{W}{Q_{BC}} = \frac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{RT_f \ln \frac{V_A}{V_D}}{RT_c \ln \frac{V_C}{V_B}}$$

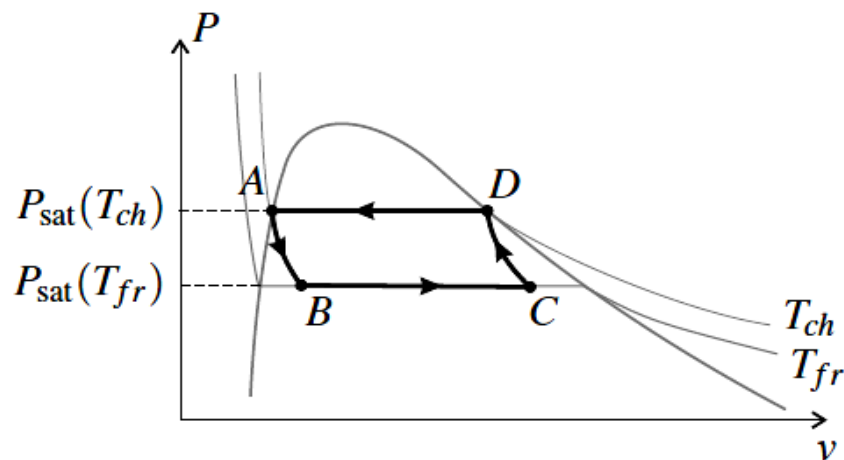
$$\frac{V_B}{V_C} = \frac{V_A}{V_D} \Rightarrow \boxed{e = 1 - \frac{T_f}{T_c}}$$

C'est le rendement de Carnot pour un cycle ditherme.

1.5. Le cycle de Carnot pour un système diphasé

Le système Σ considéré sera un échantillon de corps pur sous forme liquide et gaz. La figure suivante montre dans un diagramme de Clapeyron, un cycle de Carnot $ABCD$ pour ce système :

- AB : transformation adiabatique et réversible
- BC : Vaporisation partielle isotherme à T_{fr} sous la pression $P_{sat}(T_{fr})$
- CD : transformation adiabatique et réversible
- DA : liquéfaction totale isotherme à T_{ch} sous la pression $P_{sat}(T_{ch})$



En A on a du liquide saturant seul et D de la vapeur sèche.

Le cycle est décrit dans le sens trigonométrique dans ce cas, le fluide reçoit du travail. Il s'agit donc du cycle d'une machine frigorifique ou d'une pompe à chaleur.

On va exprimer les transferts d'énergie Q_{ch} , Q_{fr} et W de Σ sur le cycle en fonction de la masse de fluide de gaz m , des températures T_{ch} , T_{fr} et de grandeurs caractéristiques du fluide (capacités thermiques massiques, enthalpie ou entropie de vaporisation).

On va commencer par déterminer les fractions massiques en gaz $x_{G,B}$ et $x_{G,C}$ aux points B et C . la transformation AB est adiabatique et réversible, donc isentropique. Ainsi :

$$S = n \left(S_{m,I} + x_{II} (S_{m,II} - S_{m,I}) \right) = m (s_I + x_{II} (s_{II} - s_I))$$

$$\Rightarrow S_A = S_B \Rightarrow m s_L(T_{ch}) = m (s_L(T_{fr}) + x_{G,B} \Delta_{vap} s(T_{fr}))$$

$$\Rightarrow x_{G,B} = \frac{s_L(T_{ch}) - s_L(T_{fr})}{\Delta_{vap} s(T_{fr})} = \frac{c_L}{\Delta_{vap} s(T_{fr})} \ln \left(\frac{T_{ch}}{T_{fr}} \right)$$

c_L est la capacité thermique du liquide. De la même manière on obtient $x_{G,C}$ par l'équation :

$$S_C = S_D \Rightarrow m (s_L(T_{fr}) + x_{G,C} \Delta_{vap} s(T_{fr})) = m (s_L(T_{ch}) + \Delta_{vap} s(T_{ch}))$$

$$\Rightarrow x_{G,C} = \frac{c_L \ln \left(\frac{T_{ch}}{T_{fr}} \right) + \Delta_{vap} s(T_{ch})}{\Delta_{vap} s(T_{fr})}$$

Ainsi :

$$x_{G,C} - x_{G,B} = \frac{\Delta_{vap} s(T_{ch})}{\Delta_{vap} s(T_{fr})}$$

Le fluide échange du transfert thermique avec la source froide au cours de la transformation isobare BC donc $Q_{fr} = Q_{BC} = \Delta H_{BC} = m(x_{G,C} - x_{G,B}) \Delta_{vap} h(T_{fr})$. Ainsi donc :

$$Q_{fr} = m \Delta_{vap} h(T_{fr}) \frac{\Delta_{vap} s(T_{ch})}{\Delta_{vap} s(T_{fr})} = m \Delta_{vap} h(T_{ch}) \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$$

Le fluide échange du transfert thermique avec la source chaude au cours de la transformation isobare DA et de même $Q_{ch} = Q_{DA} = \Delta H_{DA}$ soit :

$$Q_{ch} = -m \Delta_{vap} h(T_{ch})$$

On obtient le travail échangé par le fluide au cours du cycle en appliquant le premier principe :

$$W = -Q_{fr} - Q_{ch} = m \Delta_{vap} h(T_{ch}) \left(1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} \right)$$

Pour conclure, on peut le rendement de ce système en tant que machine frigorifique :

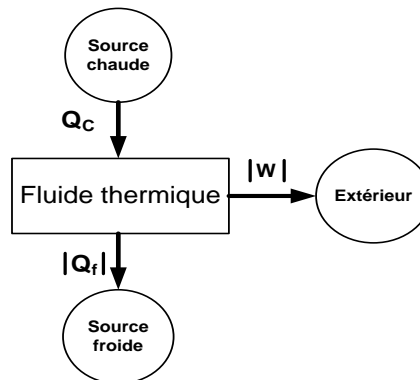
$$e_{frigo} = \frac{Q_{fr}}{W} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}}$$

2. Moteur thermique ditherme

2.1. Fonctionnement

Un moteur thermique ditherme est une machine thermique qui possède un agent de transformation qui est un fluide (souvent assimilé à un gaz parfait) dont le rôle est de fournir effectivement un travail ($W < 0$) au milieu extérieur en recevant effectivement un transfert

thermique (chaleur) de la source chaude ($Q_C > 0$) et fournissant effectivement un transfert thermique (chaleur) à la source froide ($Q_f < 0$).



2.2. Efficacité thermodynamique

Pour un moteur l'énergie utile est le travail. L'énergie dépensée est le transfert thermique Q_C reçu de la part de la source chaude. L'efficacité est donc :

$$e = -\frac{W}{Q_C}$$

Puisque c'est un cycle :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_f + Q_C = 0 \Rightarrow W = -Q_f - Q_C \Rightarrow e = \frac{Q_f + Q_C}{Q_C} = 1 + \frac{Q_f}{Q_C}$$

$$e = 1 + \frac{Q_f}{Q_C}$$

Lorsque les sources de chaleur sont des thermostats, l'inégalité de Clausius implique :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0 \Rightarrow \frac{Q_f}{T_f} \leq -\frac{Q_C}{T_C} \Rightarrow \frac{Q_f}{Q_C} \leq -\frac{T_f}{T_C}$$

On déduit que :

$$e \leq 1 - \frac{T_f}{T_C}$$

L'égalité $e = 1 - T_f/T_C$ correspond à un cycle réversible composé de 2 isothermes de températures T_f et T_C et de 2 adiabatiques. L'efficacité est aussi maximale lorsque le moteur fonctionne de façon réversible suivant un cycle de Carnot.

▪ Théorème de Carnot relatif au moteur thermique

L'efficacité d'un moteur thermique est maximale lorsque le cycle est décrit de façon réversible. La valeur de l'efficacité maximale appelée **efficacité de Carnot** e_C ne dépend que des températures T_f et T_C des thermostats :

$$e = 1 - \frac{T_f}{T_C}$$

Tous les moteurs thermiques dithermes réversibles ont ainsi la même efficacité. L'efficacité des moteurs non réversibles est inférieure à celle des moteurs réversibles.

Exercice d'application

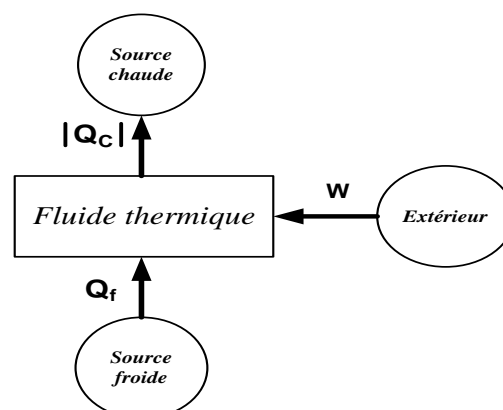
Un moteur ditherme réversible fonctionne entre 2 thermostats source chaude et source froide de températures respectives $T_C = 740 \text{ K}$ et $T_f = 300 \text{ K}$.

1. Calculer l'efficacité de ce moteur
2. Le moteur étudié fournit un travail de 1600 J par seconde. Quelle est la puissance thermique prélevée à la source chaude de température T_C ?

3. Réfrigérateur et pompe à chaleur dithermes

3.1. Fonctionnement

- Un réfrigérateur est une machine thermique qui possède un agent de transformation qui est un fluide pouvant se trouver suivant le cas soit à l'état gazeux, soit à l'état liquide. Au moyen d'un compresseur, actionné par un moteur auxiliaire (annexe), l'agent de transformation reçoit effectivement un travail ($W > 0$) ; son rôle est de prendre de la chaleur ($Q_f > 0$) à la source froide (intérieur du réfrigérateur) et d'en céder une partie ($Q_C < 0$) à la source chaude (atmosphère).
- Une pompe à chaleur ditherme est une machine thermique qui possède un agent de transformation qui est un fluide pouvant se trouver, soit à l'état gazeux, soit à l'état liquide. Au moyen d'un compresseur, actionné par un moteur électrique (annexe) ; l'agent de transformation reçoit effectivement un travail ($W > 0$) ; le rôle de l'agent de transformation est alors de fournir un transfert thermique (chaleur) à la source chaude ($Q_C < 0$) constitué par l'intérieur de la maison.



3.2. Efficacité thermodynamique

Dans les deux cas l'énergie dépensée est le travail mais l'énergie utile et l'efficacité diffèrent.

3.2.1. Efficacité d'un réfrigérateur

Dans le cas d'un réfrigérateur, l'énergie utile est le transfert thermique Q_f reçu de la part de la source froide. L'efficacité du réfrigérateur est donc :

$$e_{\text{réfrigérateur}} = \frac{Q_f}{W}$$

Puisque c'est un cycle :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_f + Q_c = 0 \Rightarrow W = -Q_f - Q_c \Rightarrow e_{\text{réfrigérateur}} = \frac{Q_f}{-(Q_f + Q_c)}$$

$$e_{\text{réfrigérateur}} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}}$$

Lorsque les sources de chaleur sont des thermostats, l'inégalité de Clausius implique :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0 \Rightarrow -\frac{Q_c}{Q_f} \geq \frac{T_c}{T_f}$$

On déduit que :

$$e \leq \frac{1}{-1 + \frac{T_c}{T_f}} \Rightarrow e \leq \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

Comme dans le cas d'un moteur, l'égalité $e = T_f / (T_c - T_f)$ correspond à un cycle réversible composé de 2 isothermes de températures T_f et T_c et de 2 adiabatiques donc un cycle de Carnot.

▪ Théorème de Carnot relatif à un réfrigérateur

L'efficacité maximale d'un réfrigérateur appelée **efficacité de Carnot** e_c pour un fonctionnement réversible ne dépend que des températures T_f et T_c des sources :

$$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

Tous les réfrigérateurs diathermes réversibles ont ainsi la même efficacité. L'efficacité d'un réfrigérateur peut être supérieure à 1. Elle est d'autant plus grande (et le réfrigérateur d'autant moins utile) que les températures des sources sont proches.

✚ Exercice d'application

La température à l'intérieur d'un réfrigérateur réversible est maintenue à 5°C, l'atmosphère extérieure étant à 20°C. Calculer l'efficacité de ce réfrigérateur ? Quelle serait son efficacité si la température de la pièce dans laquelle il est placé était à 14°C ? Conclure.

3.2.2. Efficacité d'une pompe à chaleur

L'énergie utile d'une pompe à chaleur est le transfert thermique Q_C effectivement fourni à la source chaude. L'efficacité d'une pompe à chaleur est donc :

$$e_{\text{pompe à chaleur}} = -\frac{Q_C}{W}$$

Puisque c'est un cycle :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_f + Q_C = 0 \Rightarrow W = -Q_f - Q_C \Rightarrow e_{\text{pompe à chaleur}} = -\frac{Q_C}{-(Q_f + Q_C)}$$

$$e_{\text{pompe à chaleur}} = \frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_f}}$$

Lorsque les sources de chaleur sont des thermostats, l'inégalité de Clausius implique :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0 \Rightarrow \frac{Q_f}{Q_C} \geq -\frac{T_f}{T_C}$$

On déduit que :

$$e \leq \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_C}} \Rightarrow e \leq \frac{T_C}{T_C - T_f}$$

L'égalité $e = T_C / (T_C - T_f)$ correspond à un cycle réversible composé de 2 isothermes de températures T_f et T_C et de 2 adiabatiques donc un cycle de Carnot.

▪ Théorème de Carnot relatif à une pompe à chaleur

L'efficacité maximale d'une pompe à chaleur appelée **efficacité de Carnot** e_c pour un fonctionnement réversible ne dépend que des températures T_f et T_C des sources :

$$e_c = \frac{T_C}{T_C - T_f}$$

Toutes les pompes à chaleur dithermes réversibles ont ainsi la même efficacité. Comme pour le réfrigérateur, l'efficacité d'une pompe à chaleur peut être supérieure à 1. Elle est d'autant plus grande (et la pompe à chaleur d'autant moins utile) que les températures des sources sont proches l'une de l'autre.

Exercice d'application

Une pompe à chaleur réversible fonctionne entre l'atmosphère extérieure et un local d'habitation. Elle maintient la température du local à 20°C. La température extérieure est 12°C. Calculer son efficacité? Quelle serait l'efficacité de cette pompe à chaleur si on voulait seulement atteindre la température de 18°C dans le local ?

4. Récapitulatif sur l'efficacité des machines thermiques

Machine thermique	W	Q_c	Q_f	Efficacité	Efficacité de Carnot
Moteur	< 0	> 0	< 0	$e = -\frac{W}{Q_c}$	$e = 1 - \frac{T_f}{T_c}$
Réfrigérateur	> 0	< 0	> 0	$e = \frac{Q_f}{W}$	$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}$
Pompe à chaleur	> 0	< 0	> 0	$e = -\frac{Q_c}{W}$	$e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f}$

5. Sources de températures variables

La température d'une (ou des 2) sources peut varier au cours du fonctionnement de la machine thermique ditherme. Il faut alors raisonner sur un cycle infinitésimal.

$$dU_{cycle} = \delta W + \delta Q_f + \delta Q_c = 0$$

$$2^{ème} \text{ principe} \Rightarrow \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} \leq 0$$

T_f et T_c ne sont plus constants. Pour l'ensemble du cycle, la relation de Clausius s'écrit :

$$\int_{T_{c\text{initiale}}}^{T_{c\text{finale}}} \frac{\delta Q_c}{T_c} + \int_{T_{f\text{initiale}}}^{T_{f\text{finale}}} \frac{\delta Q_f}{T_f} \leq 0$$

L'égalité correspond à une succession de cycles réversibles élémentaires.

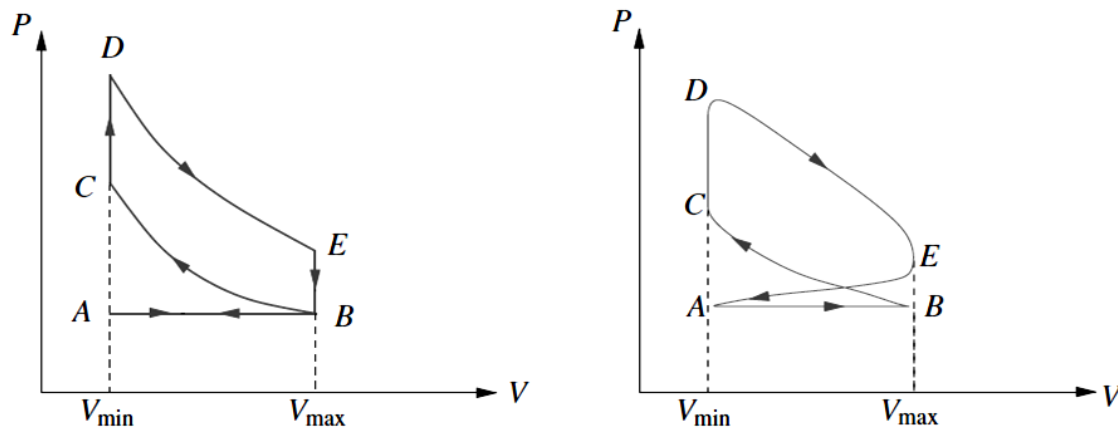
Exercice d'application

Un moteur thermique réversible fonctionne entre une masse d'eau initialement à 60°C et l'atmosphère, à la température à 20°C. La masse d'eau m a une capacité thermique $C = 4185 \text{ J.K}^{-1}$. Le moteur s'arrête de fonctionner lorsque la température de l'eau atteint 20°C. Calculer le transfert thermique reçu par le fluide thermique circulant dans le moteur de la part de l'eau ? Calculer le transfert thermique fourni par ce fluide à l'atmosphère ?

6. Etude de machines thermiques réelles

6.1. Moteur à explosion

Les moteurs à essence fonctionnent suivant un cycle théorique proposé par le physicien français Beau de Rochas en 1862. Le moteur fut réalisé par l'allemand Otto une quinzaine d'années plus tard. Ce moteur est appelé moteur à explosion car il est nécessaire de produire une étincelle à l'aide d'une bougie pour provoquer l'inflammation du mélange air-carburant. On a représenté sur les figures suivantes le cycle théorique et le cycle réel.



En A le piston est en bout de course et le cylindre offre le volume minimal V_{min} . L'évolution est la suivante :

- 1^{er} temps (AB) : admission, la soupape d'admission est ouverte, le piston descend en aspirant le mélange air-carburant jusqu'au volume V_{max} .
- 2^{ème} temps (BCD) : le piston remonte et comprime le gaz adiabatiquement jusqu'en C puis l'étincelle est produite par la bougie provoquant la combustion. La pression augmente très rapidement mais le piston n'a pas le temps de bouger (évolution isochore CD).
- 3^{ème} temps (DE) : les gaz brûlés sous forte pression repoussent le piston. C'est une détente adiabatique avec production de travail.
- 4^{ème} temps (EBA) : la soupape d'échappement s'ouvre, provoquant une rapide baisse de pression isochore (EB), puis le piston remonte pour refouler les gaz brûlés (BA).

Pour calculer le rendement du moteur on suppose le gaz parfait, de rapport des capacités thermiques γ indépendant de la température. On suppose de plus les transformations BC et DE adiabatiques et réversibles pour pouvoir appliquer la loi de Laplace. On note n la quantité de gaz contenue dans le système.

Le transfert thermique est échangé avec la source chaude lors de la transformation isochore CD donc :

$$Q_{ch} = Q_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_D - T_C)$$

Le transfert thermique est échangé avec la source froide lors de la transformation isochore EB donc :

$$Q_{fr} = Q_{EB} = \Delta U_{EB} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_B - T_E)$$

D'autre part, d'après la loi de Laplace :

$$T_C = T_B \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad T_D = T_E \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{\gamma-1}$$

On en déduit que :

$$Q_{ch} = -Q_{fr} \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{\gamma-1}$$

En appliquant le premier principe au système sur le cycle :

$$W = -Q_{ch} - Q_{fr} = - \left(1 - \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{1-\gamma} \right) Q_{ch}$$

Ainsi le rendement du moteur est :

$$\rho_{moteur} = - \frac{W}{Q_{ch}} = 1 - \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{1-\gamma}$$

Il dépend du rapport $\frac{V_{max}}{V_{min}}$ est appelé taux de compression. Comme $1 - \gamma < 0$, l'expression précédente montre que ρ_{moteur} est d'autant plus grand que le taux de compression est important. Une valeur type de taux de compression est 10 et le rendement donné par la formule ρ_{moteur} (avec $\gamma = 1,4$) est 0,60. Les carburants sont conçus de manière à supporter un fort taux de compression sans exploser avant l'étincelle de la bougie.

6.2. Machine frigorifique

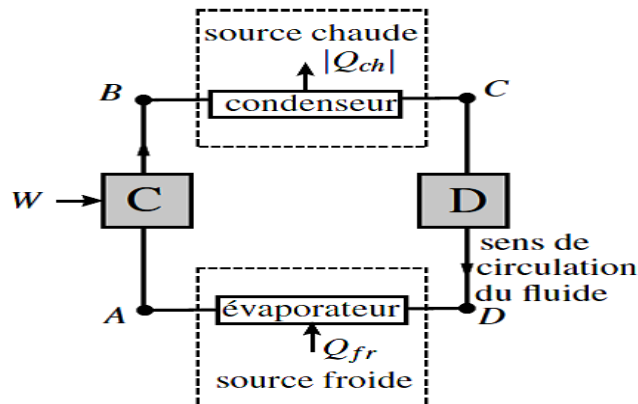
6.2.1. Principe de fonctionnement

Les systèmes frigorifiques et les pompes à chaleur sont en général des systèmes à condensateur dont le principe est représenté sur la figure suivante.

Un fluide dit frigorigène ou caloporteur suivant l'utilisation, suit un circuit comportant :

- un compresseur C dans lequel il reçoit du travail et n'a pas d'échange thermique (dans le compresseur la température du fluide augmente),
- un condenseur dans lequel il est en contact avec la source chaude à laquelle il cède du transfert thermique
- un détendeur D dans lequel il ne reçoit ni travail, ni transfert thermique (dans le détendeur la température du fluide diminue)

- un évaporateur dans lequel il est contact avec la source froide de laquelle il reçoit du transfert thermique.



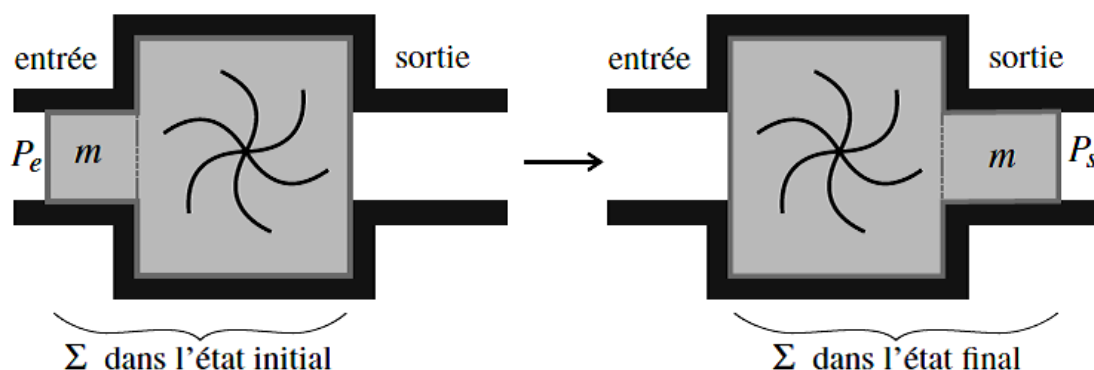
Les transformations du fluide dans le condenseur et l'évaporateur sont isothermes, l'énergie perdue ou gagnée par le fluide correspondant à un changement d'état.

6.2.2. Premier principe pour un fluide en écoulement

On considère, de manière générale, un fluide en écoulement lent, passant dans un élément actif à l'intérieur duquel il peut échanger du travail et/ou du transfert thermique. Entre l'entrée et la sortie de cet élément, les grandeurs thermodynamiques massiques du fluide, enthalpie massique h , énergie interne massique u , volume massique v changent. On note ces grandeurs à l'entrée avec un e en indice, et la sortie avec un s en indice. On note aussi P_e et P_s les pressions à l'entrée et à la sortie.

Soit w et q le travail et le transfert thermique reçus par l'unité de masse de fluide qui traverse l'élément actif. Le travail w est échangé par le fluide avec des pièces mobiles, à l'intérieur de l'élément actif.

On considère un système Σ fermé représenté sur la figure suivante. Dans l'état initial, Σ contient une masse m de fluide située devant l'entrée de l'élément actif ainsi que le fluide qui remplit l'élément actif. Dans l'état final, Σ contient la même masse m de fluide à la sortie de l'élément actif et le fluide qui remplit l'élément actif.



On suppose l'écoulement permanent : l'état du fluide en un point donné de la canalisation est le même à chaque instant (même si, à deux instants différents, ce n'est pas le même fluide puisqu'il s'écoule). Ainsi, dans Σ à l'état final, le fluide qui est à l'intérieur de l'élément actif a exactement les mêmes propriétés que celui qui se trouve au même endroit, dans Σ à l'état initial.

Quelle est la variation d'énergie interne de Σ entre l'état initial et l'état final ? La différence provient de la masse m de fluide qui, dans l'état initial, a une énergie interne massique u_e et dans l'état final, a une énergie interne massique u_s donc :

$$\Delta U = mu_s - mu_e$$

Pour simplifier, on fait l'hypothèse que le fluide s'écoule lentement et que la variation d'énergie cinétique est négligeable devant la variation d'énergie précédente. On fait donc l'approximation :

$$\Delta E_c \cong 0$$

Au cours de sa transformation le système Σ reçoit un travail de la part des forces de pression, qui le poussent à l'entrée et le repoussent à la sortie. Le volume balayé à l'entrée mv_e , volume occupé par la masse m à l'entrée, et le volume balayé à la sortie est mv_s . Ainsi :

$$W_{pression} = P_e(mv_e) - P_s(mv_s)$$

Ce travail n'est pas le seul reçu par Σ et ce n'est pas non plus le plus intéressant, car il s'agit d'un travail de forces internes au fluide. Σ reçoit dans l'élément actif un travail utile donné par :

$$W_u = mw_u$$

Il reçoit aussi un transfert thermique :

$$Q = mq$$

Ainsi le premier principe pour Σ , entre l'instant initial et l'état final considérés, s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta U + \Delta E_c &= W_{pression} + W_u + Q \Rightarrow mu_s - mu_e = P_e(mv_e) - P_s(mv_s) + mw_u + mq \\ &\Rightarrow (u_s + P_s v_s) - (u_e + P_e v_e) = w_u + q \end{aligned}$$

Il apparaît dans cette formule la variation d'enthalpie massique du fluide entre l'entrée et la sortie :

$$\Delta h = h_s - h_e = (u_s + P_s v_s) - (u_e + P_e v_e)$$

Pour un fluide en écoulement stationnaire, traversant un élément actif à l'intérieur duquel il reçoit, de parties mobiles, un travail massique w_u et dans lequel il reçoit le transfert thermique massique q , le premier principe s'écrit, en négligeant la variation d'énergie cinétique :

$$\boxed{\Delta h = w_u + q}$$

où Δh est la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie de l'élément actif.

Ce résultat général s'applique à chacun des quatre éléments de la machine :

- pour le compresseur, dans lequel le fluide reçoit des pièces mobiles le travail massique w_{comp} et ne reçoit aucun transfert thermique :

$$\Delta h_{AB} = h_B - h_A = w_{comp}$$

- pour le condenseur, dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide reçoit le transfert thermique massique $q_{ch} < 0$ de la source chaude (donc lui cède le transfert thermique $-q_{ch} > 0$:

$$\Delta h_{BC} = h_C - h_B = q_{ch}$$

- pour le détendeur dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide ne reçoit aucun transfert thermique :

$$\Delta h_{CD} = h_D - h_C = 0 \Rightarrow h_D = h_C$$

- pour l'évaporateur dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide reçoit le transfert thermique massique q_{fr} de la source froide :

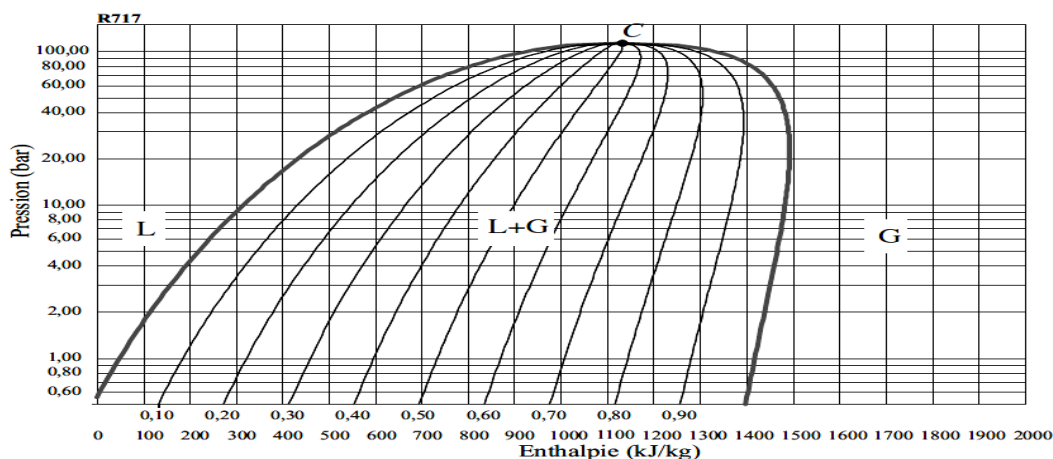
$$\Delta h_{DA} = h_A - h_D = q_{fr}$$

L'efficacité de la machine est suivant sa fonction :

$$e_{frigo} = \frac{q_{fr}}{w_{comp}} = \frac{h_A - h_D}{h_B - h_A} \quad \text{ou} \quad e_{pac} = -\frac{q_{ch}}{w_{comp}} = \frac{h_B - h_C}{h_B - h_A}$$

6.2.3. Diagramme des frigoristes

Pour étudier ces machines on utilise habituellement un diagramme appelé diagramme des frigoristes. Dans ce diagramme on porte la pression en ordonnée et l'enthalpie massique h en abscisse pour le fluide utilisé. C'est dans le principe un diagramme (P, h) . Cependant, pour couvrir une plus large gamme de pressions, l'échelle des pressions est logarithmique : c'est dans la pratique, un diagramme $(\log P, h)$.



Ce diagramme, comme le diagramme Clapeyron comporte une zone d'équilibre liquide-vapeur qui est délimitée par la courbe de saturation, à droite il y a la zone du gaz et à gauche la zone du liquide. Le sommet de la courbe de saturation est le point critique.

Sur le diagramme $(\log P, h)$ on trace des réseaux de courbes sur lesquelles les différentes grandeurs thermodynamiques intensives du fluide sont constantes :

- isothermes
- isobares
- isochores (volume massique v constant)
- isenthalpes (enthalpie massique h constante)
- isentropes (entropie massique s constante)
- isotitres (titre en vapeur x_V constant)

Les isobares sont des droites horizontales, les isenthalpes sont des droites verticales. Les isobares ne sont pas équidistants à cause de l'échelle logarithmique.

Les isothermes ont une forme plus compliquée :

- dans la zone d'équilibre liquide-vapeur, si la température T est constante la pression l'est aussi, puisque $P = P_{L-G}(T)$, donc chaque isotherme a un palier horizontal. La largeur de ce palier est égale à l'enthalpie massique de vaporisation $\Delta_{vap} h(T)$ du fluide.
- Dans la zone du liquide les isothermes sont quasiment des droites verticales : pour une phase condensée l'enthalpie ne dépend pratiquement que de T donc si T est constante, h est constante aussi.
- Dans la zone de la vapeur, les isothermes sont courbées. Toutefois aux basses pressions elles ressemblent à des droites verticales car pour les basses pressions, la vapeur est assimilable à un gaz parfait dont l'enthalpie ne dépend que de la température.

Les courbes **isotitres** n'existent que dans la zone d'équilibre liquide-vapeur. Elles partent du point critique, au sommet de la courbe de saturation, et vont jusqu'à l'axe des abscisses.

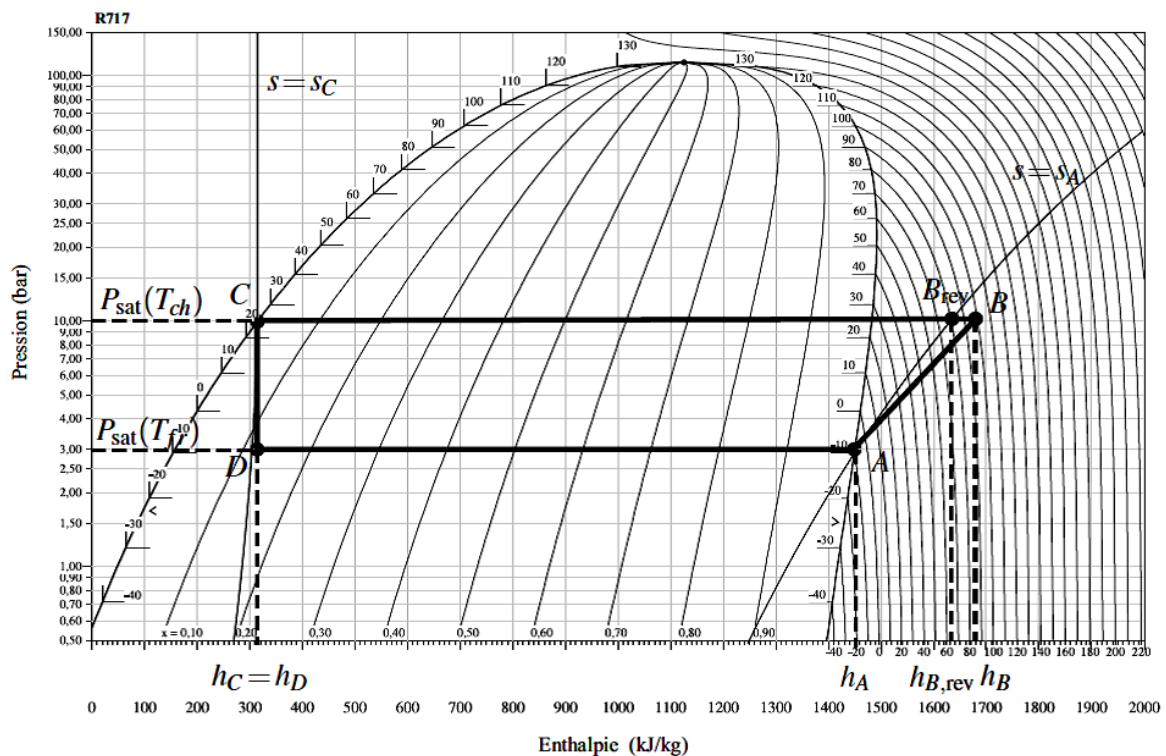
Les **isentropes** n'ont pas de rupture de pente à la frontière du domaine d'équilibre liquide-vapeur. Dans la zone du liquide, ce sont pratiquement des droites verticales parce que, dans le modèle du liquide incompressible et indilatable, l'entropie ne dépend que de la température, donc si s est constante, T l'est aussi et donc h l'est aussi. Cette portion verticale n'est pas toujours représentée.

Les **isochores** sont très peu utilisées en pratique.

6.2.4. Étude du cycle dans le diagramme (P, h)

Le diagramme est un outil puissant pour calculer la performance du cycle on place sur le diagramme les points A, B, C et D représentant les états successifs du fluide, puis on lit leur abscisses h_A, h_B, h_C, h_D pour calculer le rendement.

Le cycle représenté sur la figure ci-dessous est le cycle d'une machine réelle destinée à produire du froid.



En A on a de la vapeur sèche et en C du liquide juste saturant. On lit sur le diagramme, $h_A = 1452 \pm 2 \text{ J.kg}^{-1}$, $h_B = 1680 \pm 2 \text{ J.kg}^{-1}$, $h_C = h_D = 313 \pm 2 \text{ J.kg}^{-1}$. On en déduit l'efficacité :

$$e_{\text{frigo}} = \frac{1452 - 313}{1680 - 1452} = 5,00 \pm 0,09$$

L'efficacité d'une machine frigorifique réversible travaillant entre les mêmes températures serait :

$$e_{\text{frigo, rev}} = \frac{T_f}{T_C - T_f} = \frac{263}{298 - 263} = 7,51$$

L'efficacité réelle est plus petite, signe que le cycle n'est pas réversible. Ceci se voit d'ailleurs sur le diagramme : la compression AB est adiabatique, si elle était réversible B serait sur l'isentrope passant par A , ce qui n'est pas le cas. Sur la figure B est à droite de l'isentrope =



s_A ce qui montre que $s_B > s_A$. Si cette transformation était réversible elle aboutirait au point B_{rev} avec $h_{B,\text{rev}} = 1635 \pm 2 \text{ J.kg}^{-1}$ et l'efficacité de la machine serait :

$$e'_{\text{frigo}} = \frac{1452 - 313}{1635 - 1452} = 6,55 \pm 0,15$$

valeur supérieure à l'efficacité réelle parce que les irréversibilités font baisser l'efficacité. Cependant e'_{frigo} est encore inférieure à $e_{\text{frigo,rev}}$, ce qui provient du fait que la détente isenthalpique CD est elle aussi irréversible. En effet c'est une détente adiabatique et $s_D > s_C$ puisque D est à droite de l'isentrope $s = s_C$.

L'irréversibilité de la compression AB est une irréversibilité mécanique. L'irréversibilité de la détente CD est due aux frottements internes du fluide.